

Nombre y código de la asignatura			Cálculo Diferencial – CB111				
Área académica			Ciencias Básicas				
Semestre	Créditos	Requisitos	Horas presenciales (HP)			Horas de trabajo independiente	Total de horas
			Teóricas	Prácticas	HP Totales		
1	6	N/A	7	3	10	13	23

Año de actualización de la asignatura: 2025

### 1. Breve descripción

La asignatura de Cálculo Diferencial es el segundo curso de matemáticas universitarias para los estudiantes de Ingeniería Mecánica. El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de usar conceptos, técnicas y resultados matemáticos en la comprensión, interpretación, análisis y solución de problemas en contextos cotidianos que fortalezcan el desarrollo del pensamiento matemático.

Los conceptos y las herramientas desarrollados en la formación básica, los fortalece con definiciones claras para adquirir habilidades y destrezas en el empleo de técnicas y procedimientos para la solución de problemas matemáticos y aplicaciones en el campo de las ingenierías utilizando los conceptos del cálculo diferencial.

### 2. Objetivos

#### Objetivo general

El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de usar conceptos, técnicas y terminologías propias del cálculo en una variable; aplicando métodos básicos de diferenciación de funciones de una variable real en problemas prácticos. Obviamente, gracias a un previo recorrido por el precálculo; de manera tal que pueda comprender, interpretar, analizar y solucionar problemas cotidianos, fortaleciendo así su pensamiento matemático.

#### Objetivos específicos

El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:

- Usar e interpretar la notación matemática.
- Aplicar correctamente los algoritmos de las matemáticas básicas.
- Manipular correctamente los conceptos de las matemáticas básicas.
- Modelar situaciones cotidianas y de su campo disciplinar, usando conceptos matemáticos.
- Resolver problemas cotidianos y de su campo disciplinar en términos matemáticos.
- Manejar funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas
- Interpretar el concepto de límite
- Interpretar y utilizar la notación simbólica asociada a la diferenciación en una variable
- Identificar y resolver los problemas en los que se usa el cálculo diferencial.
- Identificar el comportamiento de las funciones caracterizadas por el cambio de la derivada

### 3. Resultados de aprendizaje de asignatura

- El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:
- Usar e interpretar la notación matemática.
- Aplicar correctamente los algoritmos de las matemáticas básicas.
- Manipular correctamente los conceptos de las matemáticas básicas.
- Modelar situaciones cotidianas y de su campo disciplinar, usando conceptos matemáticos.
- Resolver problemas cotidianos y de su campo disciplinar en términos matemáticos.
- Manejar funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas
- Interpretar el concepto de límite
- Interpretar y utilizar la notación simbólica asociada a la diferenciación en una variable
- Identificar y resolver los problemas en lo que se usa el cálculo diferencial.
- Identificar el comportamiento de las funciones caracterizadas por el cambio de la derivada
- Calcular la derivada de cualquier función polinómica o racional

- Calcular la derivada de cualquier función trigonométrica, exponencial o logarítmica.
- Usar la derivación implícita en funciones definidas implícitamente.
- Usar la regla de la cadena para hallar la derivada de una función compuesta.
- Definir y calcular razones de cambio
- Resolver problemas que involucren razones de cambio.
- Encontrar los extremos absolutos y relativos de una función en un dominio dado.
- Aplicar el teorema del valor medio.
- Utilizar la derivación para determinar los intervalos de crecimiento y de concavidad de una función dada.
- Analizar y trazar la gráfica de una función a partir del comportamiento de sus derivadas.
- Resolver problemas de optimización (máximos y mínimos aplicados).

#### 4. Contenido

##### I Unidad 1. Números reales (2 semanas)

- **Objetivos**
  - Identificar números reales y utilizar correctamente las propiedades de la adición (suma) y la multiplicación.
  - Operar correctamente con fracciones numéricas y hallar equivalencias entre formas decimal, fraccionaria y porcentual de un real dado.
  - Enunciar, escribir y utilizar correctamente las propiedades de la potenciación de números reales.
  - Resolver problemas que involucran progresiones aritméticas y geométricas.
  - Definir las relaciones  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ , y establecer las propiedades de las desigualdades
  - Definir el concepto de valor absoluto de un número real y sus propiedades.
  - Ubicar correctamente números reales en la recta numérica.
  - Resolver desigualdades lineales o con valor absoluto, y expresar su solución en forma gráfica y de intervalo.
  - Modelar situaciones que requieren plantear una ecuación o una desigualdad lineal y analizar la pertinencia de las soluciones encontradas.
- **Contenidos**
  - Construcción intuitiva de los números reales.
  - Operaciones con números reales y sus propiedades.
  - Propiedades de campo de los números reales.
  - Operaciones con fraccionarios
  - Potenciación
  - Representación geométrica de los números reales
  - Relación de orden en el conjunto de los números reales, intervalos.
  - Valor absoluto y sus propiedades
  - Ecuaciones e inecuaciones lineales y con valor absoluto

##### II Unidad 2. Expresiones algebraicas (1 semana)

- **Objetivos**
  - Expresar relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas usando el lenguaje del álgebra
  - Operar con expresiones algebraicas
  - Utilizar las propiedades de las operaciones entre polinomios
  - Aplicar el concepto de cero de un polinomio, enunciar los teoremas del residuo y del factor
  - Determinar los ceros racionales de un polinomio de coeficientes enteros y aplicar el teorema del factor en el campo de los reales.
  - Enunciar y aplicar el teorema fundamental del álgebra en la determinación del número de ceros de un polinomio y carácter de los mismos. Calcular ceros reales con el algoritmo de bisección.
  - Resolver ecuaciones e inecuaciones polinomiales y racionales
- **Contenidos**
  - Introducción histórica al lenguaje del álgebra
  - Polinomios y funciones polinómicas.
  - Operaciones con polinomios
  - Productos notables y factorización

- Teorema del factor y del residuo.
- Teorema fundamental del álgebra
- Ecuaciones e inecuaciones cuadráticas
- Ecuaciones e inecuaciones polinómicas y racionales

### III Unidad 3. Funciones: conceptos generales y modelos (4 semanas)

- **Objetivos**

- Clasificar relaciones en el plano cartesiano
- Definir función y términos asociados al concepto, y determinar estos conjuntos para una función dada.
- Aplicar el concepto de gráfica de una función y analizar el comportamiento de funciones a partir de sus gráficas.
- Clasificar funciones como pares o impares y las simetrías derivadas.
- Dibujar gráficas de funciones con traslaciones y dilataciones.
- Operar correctamente con funciones, calcular los puntos de intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados y resolver problemas de aplicación de funciones.
- Hacer composición de funciones, y determinar las funciones que, compuestas, dan como resultado una función dada.
- Clasificar una función dada como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.
- Establecer la existencia y características de la inversa de una función dada, su cálculo, y la relación de su gráfica con la gráfica de la función original.
- Definir las funciones exponencial y logarítmica en base b, sus propiedades y características de sus gráficas. Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Modelar situaciones que requieran de las funciones exponenciales y logarítmicas.
- Definir las funciones trigonométricas y sus inversas y usarlas en distintos contextos.
- Modelar situaciones que requieran de las funciones trigonométricas

- **Contenidos**

- El plano cartesiano
- Introducción a la geometría analítica: Distancia entre dos puntos y punto medio
- Ecuación de la línea recta. Ecuación de la circunferencia
- Ecuación de las demás secciones cónicas.
- Relaciones y funciones, representación gráfica en el plano cartesiano
- Definiciones de función, dominio, codominio, imagen. Funciones racionales, irracionales, a trozos.
- Gráficas de funciones. Gráficas trasladadas.
- Operaciones con funciones
- Composición de funciones
- Clases de funciones: inyectiva, sobreyectiva y biyectiva
- Función inversa
- Funciones exponenciales y sus propiedades.
- Definición de la función logaritmo como inversa de la función exponencial, y propiedades.
- Ecuaciones e inecuaciones con exponenciales
- Ecuaciones e inecuaciones con logaritmos.
- Funciones Trigonómicas. Identidades básicas. Propiedades y gráficas
- Solución de ecuaciones con funciones trigonométricas.
- Funciones trigonométricas inversas.

### IV Unidad 4. Límites y continuidad (3 semanas)

- **Objetivos**

- Evaluar por métodos gráficos y algebraicos los límites.
- Determinar la continuidad de una función en un punto y en un intervalo abierto.
- Aplicar el teorema del valor intermedio
- Usar la definición de límite para calcular la derivada de una función.
- Utilizar la relación entre derivabilidad y continuidad.

- **Contenidos**

- Definición intuitiva de continuidad, y sus dificultades.
- Definición formal de límite. Interpretaciones gráfica y dinámica de la relación épsilon - delta

- Definición formal de continuidad y sus consecuencias inmediatas. Discontinuidad removible o esencial.
- Axioma de la completitud de los números reales.
- Teorema de los valores intermedios.
- Definición de la derivada como un límite, e interpretaciones geométrica y dinámica de la derivada.
- Interpretación de la derivada como tasa de cambio en fenómenos de ingeniería.

#### **V Unidad 5. La derivada: reglas de derivación (3 semanas)**

- **Objetivos**

- Calcular la derivada de cualquier función polinómica o racional
- Calcular la derivada de cualquier función trigonométrica, exponencial o logarítmica.
- Usar la derivación implícita en funciones definidas implícitamente.
- Usar la regla de la cadena para hallar la derivada de una función compuesta.

- **Contenidos**

- Reglas de derivación para la suma, resta, producto, cociente y potencias.
- Regla de la cadena. Derivada de funciones compuestas.
- Derivadas de funciones trascendentes.
- Derivación implícita.

#### **VI Unidad 6. Aplicaciones de la derivada (3 semanas)**

- **Objetivos**

- Definir y calcular razones de cambio
- Resolver problemas que involucren razones de cambio.
- Encontrar los extremos absolutos y relativos de una función en un dominio dado.
- Aplicar el teorema del valor medio.
- Utilizar la derivación para determinar los intervalos de crecimiento y de concavidad de una función dada.
- Analizar y trazar la gráfica de una función a partir del comportamiento de sus derivadas.
- Resolver problemas de optimización (máximos y mínimos aplicados).
- Resolver problemas de razón de cambio.

- **Contenidos**

- Razón de cambio.
- Extremos absolutos y relativos.
- Teorema del valor medio
- Funciones crecientes y decrecientes.
- Puntos críticos y criterio de la primera derivada para clasificar puntos críticos.
- Concavidad. Segunda derivada.
- Puntos de inflexión y criterio de la segunda derivada para clasificar puntos críticos.
- Optimización y razón de cambio como aplicaciones de la derivada. (solución de ejercicios de aplicación).

### **5. Recursos y bibliografía**

#### **Bibliografía:**

- Profesores de Matemáticas I. Talleres de Matemáticas I. Facultad de Ciencias Básicas. Departamento de Matemáticas. Universidad Tecnológica de Pereira.
- GOODMAN, Arthur. HIRSCH, Lewis. Algebra y trigonometría con geometría analítica. Ed 1. Prentice Hall Hispanoamérica, S.A. México 1996.
- LEITHOLD, Louis. El Cálculo 7ed. Oxford. México. 2004.
- EDWARDS Jr, C.H. PENNEY David E. Cálculo con geometría analítica. Prentice Hall Hispanoamérica S.A. Cuarta edición. México.1996.
- STEWART, James. Cálculo, conceptos y contextos. International Thomson Editores. México. 1999.

### **6. Metodología**

El docente tiene toda la autonomía de elegir su metodología de trabajo. No obstante, se sugiere que la misma le permita al estudiante participar activamente en su proceso de aprendizaje, donde lea con anterioridad, se promueva el trabajo en grupo, y se facilite en el educando el desarrollo de habilidades como: razonar, modelar, argumentar, comunicar, resolver problemas, entre otras.

De igual manera se sugiere que los profesores generen estrategias de aprendizaje con los estudiantes que promuevan el desarrollo de las operaciones intelectuales de alto nivel. Se propone la asignación de lecturas previas a la clase para que el estudiante se familiarice con los temas y esté atento al desarrollo de los conceptos que se ven en cada una de las sesiones de clase, lo que le permitirá identificar la teoría que lo acercará a la solución de los ejercicios.

Se sugiere tener en cuenta estas recomendaciones para la asignación de los talleres:

- Una situación problema que los lleve a involucrar los temas a desarrollar durante la unidad, o la puedan resolver al indagar y usar sus conocimientos previos.
- Actividades que pueden ser de teoría que les permita proponer alguna solución, generalización, clasificación o particularización.
- Preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos, el alumno propone hipótesis, conjeturas, argumenta, demuestra o plantea contraejemplos. Además, se le permite familiarizarse con leyes, propiedades y regularidades del tema de cada unidad.
- Ejercicios de tipo algorítmico o procedimental.
- Aplicaciones en la vida cotidiana o en el contexto matemático.

Otra de las estrategias sugeridas para el seguimiento en el proceso de aprendizaje, que permita fortalecer y desarrollar el trabajo autónomo y autorregulado de los estudiantes, es realizar pruebas cortas o quices, las cuales se podrán realizar en por lo menos dos de las sesiones de clase por cada semana. Dichas pruebas cortas o quices deben estar planeados para no más de 30 minutos, con las al menos una de las siguientes características:

- **Control de lectura.** Permitirán identificar si el alumno leyó antes de clase el tema a desarrollar. Es para verificar lectura, no para comprobar si entendió o no el tema.
- **Retroalimentación.** Verificar si el estudiante estudió y entendió el tema o temas de las clases anteriores. Le ayudará a retroalimentar su proceso de aprendizaje.
- **Desarrollo de la clase.** Valorar la atención y participación del alumno en la clase.

Los quices se califican y su nota incrementará la nota obtenida en el examen parcial (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje que aplicará a las pruebas). Para esta nota se tendrá en cuenta sólo los que estén aprobados.

Cuando sea pertinente el profesor diseñará ejercicios especiales, retadores, para los estudiantes. Ejercicios que permitan relacionar el tema visto con el que se desarrollará en la próxima clase.

Para lograr lo anterior, se propone implementar la filosofía del proyecto educativo institucional, PEI, en la que se sugiere que el estudiante debe realizar dos horas de trabajo independiente por cada hora de clase.

Las actividades del estudiante para lograr los objetivos propuestos deben incluir:

- **Antes de la clase:** Estudiar el tema explicado por el profesor para esta clase, siguiendo sus orientaciones. Esta actividad incluye aprender los conceptos, comprenderlos y aplicarlos en las respuestas a las preguntas formuladas, el análisis de los ejemplos resueltos y en la solución de los ejercicios y problemas asignados. Además, escribir las preguntas y dudas que le surjan durante la preparación del material.
- **Después de la clase:** Buscar la consolidación del nuevo conocimiento mediante la solución de ejercicios complementarios, en el programa de acompañamiento académico y establecer relaciones con el tema de la siguiente clase. No conformarse con entender, sino profundizar en lo aprendido, para lo cual se propone hacer un seguimiento.

## 7. Evaluación

La evaluación de los estudiantes estará basada en el rendimiento que el presente en la realización de pruebas escritas, talleres o sustentaciones de acuerdo con los siguientes porcentajes:

- Quices y talleres (Los cuales pueden sumar a la nota de cada parcial, si así el docente lo considera)
- Primer parcial 30%
- Segundo parcial 20%
- Tercer parcial 20%
- Examen final 30%
- La evaluación final será unificada y contendrá todos los temas que se describieron en el contenido y tiene una valoración del 30% de la nota del curso. Para esta nota no se tendrán en cuenta quices o talleres.